Revue-IRS

Revue Internationale de la Recherche Scientifique (Revue-IRS)
ISSN: 2958-8413
Vol. 3, No. 2, Avril 2025

Impact de calculs logarithmiques dans la Quantification sonore

[1]Mboma Ndumbu, [2]Anzola Kibamba Nestor, [3]Mumbanikisi Musasa, [4]Matadi Ntembe Jerry

[1]Institut Supérieur Pédagogique de Bulungu (RDC)
[2]Université de Kinshasa (RDC)
[3]Institut Supérieur Pédagogique de Bulungu (RDC)
[4]Institut Supérieur Pédagogique de Kikwit(RDC)

Abstract : This study highlights the importance of mathematics and its application in the field of sound reinforcement, particularly in a context where noise pollution is increasingly poorly understood. Faced with this problem, it becomes essential to use sound quantification methods. We have therefore chosen to explore logarithmic calculations, an essential tool for this quantification.
Thanks to mathematics, acoustics and the protection of the hearing system, this subject takes on its full meaning, particularly through power calculations, also called logarithms.

Keywords: Logarithm, quantization, sound, exponent

Résumé : Cette étude met en lumière l'importance des mathématiques et leur application dans le domaine de la sonorisation, particulièrement dans un contexte où la pollution sonore est de plus en plus mal comprise. Face à cette problématique, il devient essentiel d'utiliser des méthodes de quantification du son. Nous avons ainsi choisi d'explorer les calculs logarithmiques, un outil indispensable pour cette quantification.
Grâce aux mathématiques, à l'acoustique et à la protection du système auditif, ce sujet prend tout son sens, notamment à travers les calculs de puissances, aussi appelés logarithmes.

Keywords: Logarithme, quantification, son, exposant

Digital Object Identifier (DOI): https://doi.org/10.5281/zenodo.15336125

Revue Internationale de la Recherche Scientifique (Revue-IRS) - ISSN : 2958-8413

1. Introduction

Etant qu'être humain en générale, nous nous sommes déjà tous posé la question de savoir : « Mais à quoi servent les mathématiques ? »

Cette question est dans la plupart des cas à la base de nombreuse confusion sur l'importance des mathématiques se refusent de voir les apports de celle-ci dans nos jours d'où le souci majeur pour les enseignants de trouver des applications pratiques aux théories mathématiques qu'ils exposent afin d'éliminer les confusions sur les mathématiques. C'est le cas de calculs logarithmique en générale et particulièrement l'intensité acoustique.

Trois questions pertinentes peuvent se poser :

- C'est quoi le logarithme d'un nombre ?
- Qu'est-ce que l'intensité acoustique ?
- Comment calculer l'intensité sonore en utilisant les logarithmes ?

Les réponses à ces trois questions seront données dans les lignes qui suivent.

I. FONDEMENT SUR LES LOGARITHMES

L'usage de la théorie des exposants simplifie les calculs dans certains problèmes numériques qui renferment les produits, des quotients, des puissances et des radicaux. Dans ce chapitre, il sera question de ces exposants qui seront appelés Logarithmes. En effet, un logarithme est un exposant et les logarithmes constituent une application de la théorie des exposants.

Exposant

Définition :

Un exposant est le nombre des facteurs égaux à la base c'est-à-dire

$$a^n = \underbrace{a_1 . a_2 . \dots . a_n}_{n \ facteurs \ s \ égaux \ à \ a} \qquad (\text{avec} \quad n > 1)$$

Exemple : $3^2 = 3.3 = 9$ En particulier :

- $si\ a \neq 0,\ alors\ a^0 = 1$
- $\forall a \in \mathbb{R},\ a^1 = a$
- $0^0 est\ indéfini$

I.1. Notion

Nous savons que :

* $4^2 = 4.4 = 16$ et on écrit : $\log_4 16 = 2$

* $3^4 = 81$ et on écrit : $\log_3 81 = 4$

* $10^5 = 10\ 0000$ s'écrit : $\log_{10} 100000 = 5$

Nous remarquons que si un nombre s'écrit sous forme d'une puissance.

Exemple : $N = a^b$, alors b le logarithme de N en base a. Il est noté $\log_a N = b$

I.2. Définition

Soient $a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}, N \in \mathbb{R}_+^* \; et \; x \in \mathbb{R}$

On appelle logarithme de N à la base a, le réel x tel que : a à la $x^{\text{ième}}$ puissance donne N

Autrement dit, $\log_a N = x \Leftrightarrow a^x = N$

Avec :

- ✓ N = antilogarithme
- ✓ a = base
- ✓ x = logarithme ou puissance.

NB : L'opposé d'un logarithme est appelé $antilogarithme$. Noté colog

C'est à dire : Si $\log_a N = x$, alors $-\log_a N = \text{colog}_a N$

I.3. Types de logarithmes

Les logarithmes sont classés selon leurs bases :

1) Logarithme Binaire

Un logarithme est dit binaire si sa base $a = 2$ Exemples :

a) $Log_2\, 8 = 3$ se lit : logarithme de 8 à base 2 = 3 ou encore logarithme binaire de 8 égal 3

b) $log_2\, 16 = 4$ se lit logarithme binaire de de 16 égale 4

2) Logarithme Décimal

Un logarithme est dit décimal, ou logarithme vulgaire de N ou logarithme usuel de N ou encore logarithme de Briggs, si sa base

$a = 10$. Noté $\log_{10} N \;ou\; logN$.

Par convention, lorsqu'on ne précise pas la base, il s'agit du logarithme décimal.

Exemples :

a) $log_{10}\, 100 = 2 \; ou \; log100 = 2$

b) $log5 = 0{,}69897$

3) Logarithme Naturel

Un logarithme est dit naturel, si sa base $a = e$.

On a : $\log_e N = x$, Noté $= x$. Avec $e = 2{,}718 \ldots$

NB : si $a \neq (2; 10; e)$, on parle de logarithme à base quelconque.

4) Propriétés de Logarithmes

$P1.\; log_a\, b.c.d = log_a b + log_a\, c + log_a\, d$

Exemple : $log_4\, 16.4 = log_4\, 16 + log_4\, 4 = 2 + 1$
$= 3$

$P2.\; log_a\, b^n = n\,log_a b$

Revue Internationale de la Recherche Scientifique (Revue-IRS) - ISSN : 2958-8413

Exemple : $log\ 10^{3} = 3\,log\,10$
$= 3.1$
$= 3$

$P3.\ \ log_{a}\sqrt[n]{b} = \frac{1}{n}log_{a}b$

Exemple : $log_{3}\sqrt[3]{27} = \frac{1}{3}log_{3}27$
$= \frac{1}{3}.3$
$= \frac{3}{3}$
$= 1$

$P4.\ \ log_{a}\frac{b}{c} = log_{a}b - log_{a}c$

Exemple :
$log_5\frac{125}{25} = log_5 125 - log_5 25$

$= 3 - 2$
$= 1$

$P5.\ \ log_a b = \frac{log_x b}{log_x a}\ ou\ log_a b.\frac{1}{log_x a}$

Exemple : $log_9 81 = \frac{log_3 81}{log_3 9}$

$= \frac{4}{2}$

$= 2$

$P6.\ \ a^{log_{a}b} = b$

Exemple : $3^{log 327} = 3^3 \quad = 27$

5) Partie d'un logarithme

Selon le lexique de mathématique-Netmath, un logarithme comporte deux partie à savoir :
- La partie entière appelée caractéristique
- La partie décimale appelée mantisse.

a) Détermination de la caractéristique Etant donné un nombre$x$:

- Si $x \geq 1$, alors la caractéristique du logarithme décimal vaut $n-1$, où n est le nombre de chiffres avant la virgule dans l'écriture décimale de x
- Si $0 < x < 1$, elle vaut $-p$ où p est la place à partir de la valeur du premier chiffre non nul dans l'écriture décimale de x.

Exemples :

1) log 898,1231 a pour caractéristique 2

2) $log 8$ a pour caractéristique 0

3) log 0,0071 a pour caractéristique -3 *Nota :* Par convention, nous écrivons $\overline{p}$ au lieu de $-p$.

b) Détermination de la mantisse

La mantisse du logarithme d'un nombre dépend de la partie significative de ce nombre.
Pour déterminer la mantisse de logarithme d'un nombre à plus de 4 chiffres dans sa partie significative, on fait l'interpolation linéaire ou par part proportionnelle en utilisant les tables numériques dites « tables de logarithme ». Ces tables donnent des valeurs approchées de la mantisse. Nous utiliserons celles à 5 décimales ci-dessous
NB : Si la partie significative du nombre a plus de 4 chiffres, la mantisse du logarithme de ce nombre se lit directement dans les tables.

Exemples :

1) log 12452

- La caractéristique est de 4
- Les nombres qui encadrent1245 dans les tables sont 1244 et 1246

		N	m		
		1245	09517		
1	0,2	1245,2	$y = ?$	α	35
		1246	09552		

$1 \to 35$

$0,2 \to \alpha$

$\alpha = 0,2 \Rightarrow .35 = 7$

Mantisse de $log\, y = m + log\, 1245,2$ = 09517 + 7= 09524

Donc, log 12452 = 4,09524

2) log 213623

- La caractéristique est de 5
- log 2136 est compris entre 2135 et 2137

Revue Internationale de la Recherche Scientifique (Revue-IRS) - ISSN : 2958-8413

$$
\begin{array}{cccc}
 & N & m & \\
 & 2136 & 09517 & \\
1 \quad 0{,}2 & & & \alpha \quad 1020 \\
 & 2136{,}2 & y = ? & \\
 & 2137 & 09552 &
\end{array}
$$

$1 \rightarrow 1020$

$0{,}2 \rightarrow \alpha \quad \Rightarrow \alpha = 0{,}2.1020$

$= 204$

$$log\ y = m + log + 2136{,}2$$

$= 32960 + 204$
$= 33164$

$Donc, log\ 213623 = 5{,}33164$

II. FONDEMENT SUR LE SON

0. Qu'est-ce qu'un son ?

La définition la plus commune est « la sensation auditive engendrée par une onde acoustique ».
L'onde acoustique est une variation de la pression de l'air.

Acoustique

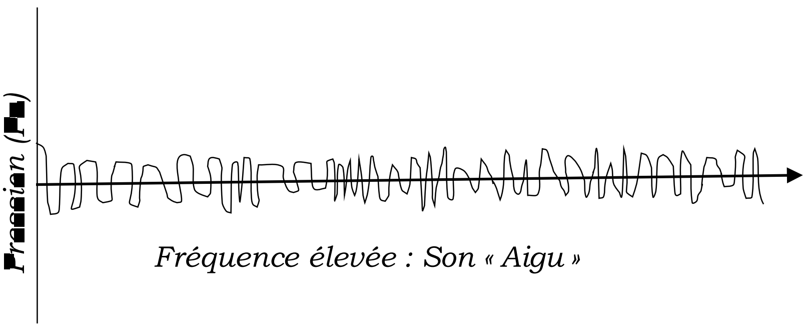
Selon, Wiktionnaire, Acoustique est adjectif signifiant ce qui sert à modifier ou à percevoir les sons.
L'Acoustique du grec, $akou\varepsilon l v$ "$akouein$" qui signifie entendre, est la science qui traite des sons, des bruits et de la musique.
Elle s'intéresse à des domaines aussi variés que l'audition (Physiologie de l'oreille, Etudes de musique) les phénomènes d'échos et de réverbération. (Acoustique architecturale) …

II.1. Propagation du son

Le son peut se propager dans tout matériaux solide (béton, boit, etc.), dans un gaz (air…) ou dans un liquide (eau…) à l'exception du vide.

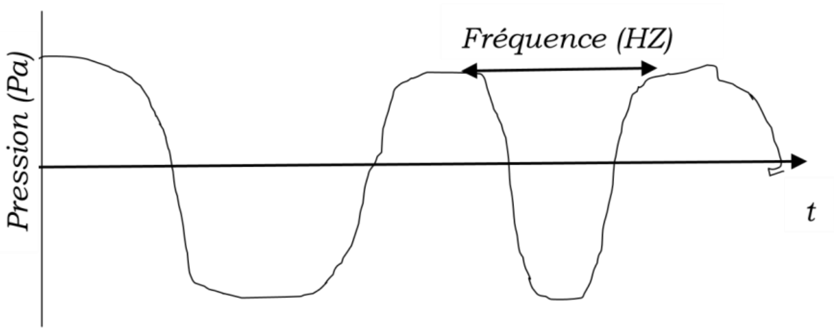
II.2. Vitesse du son

Dans l'air, la vitesse du son est estimée aux environs de $1200 km/h$ (« mur du son »).



Revue Internationale de la Recherche Scientifique (Revue-IRS) - ISSN : 2958-8413

Cette sensation est perçue par l'oreille humaine



« Basse » fréquence : Son « Grave »

II.3. Caractéristique d'un son

Le son est essentiellement caractérisé par :

- Une fréquence en hertz ($Hz = s^{-1}$)
- Une intensité ou niveau de pression en décibel (db)
- Sa richesse : son timbre

La fréquence

Est le nombre d'oscillation par seconde. Et elle détermine la hauteur du son.
Un son grave correspond à une fréquence faible

L'intensité

L'intensité du son n'est rien d'autre que son amplitude. Aussi appelé niveau de pression ou niveau sonore.
Bien l'intensité acoustique soit une puissance par unité de surface (w/m^2), l'échelle la plus pratique à utiliser est le décibel (db)
Une amplitude sonore importante se traduit par un son fort.

Le timbre

Le timbre du son caractérise la répartition de graves des aigus et des médiums (situés entre les graves et les aigus).

II.4. Relation entre décibel et logarithme

Le décibel de symbole par dB, est une unité définie comme dix fois le logarithme décimal du rapport entre deux puissance, utilisée dans les télécommunications, l'électronique et l'acoustique.

Dans le domaine de l'acoustique environnementale, on exprime couramment le niveau sonore en décibels.

Cette valeur indique implicitement le rapport des puissances entre la grandeur mesurée et la valeur de référence qui correspond à un son trop faible pour être entendu.
Le décibel est le sous multiple du bel, jamais employé.
Ni le bel, ni le décibel n'appartient au système international d'unités, mais leur usage est accepté avec ses unités.

Tous les champs de l'ingénierie peuvent utiliser le décibel. Il est particulièrement courant dans le domaine des télécommunications (dont il est originaire), dans l'électronique du traitement du signal, dans les technologies du son et dans l'acoustique.

$1dB = 10 \log\left(\frac{P_1}{P_2}\right), (P_1, P_2)$ les grandeurs de champ.
La différence $S_1 - S_2$ de la fonction S consécutive à des variations de puissance se mesure en Bels

Ecart en Bel	$S_2 - S_1 = \log\left(\frac{P_1}{P_2}\right)$
En décibel (dB)	$S_2 - S_1 = \log\left(\frac{P_1}{P_2}\right)$

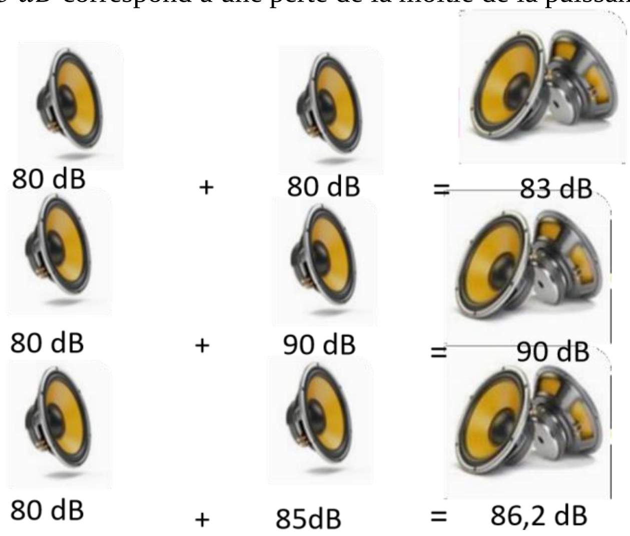
Il est à noter qu'il s'agit du rapport de puissances.

II.5. Quelques cas particuliers

$P2/P_1$	2	0,5	10	100	1000
10log (P_2/P_1)	$3dB$	$-3dB$	$10dB$	$20dB$	$30dB$

Note : A la calculatrice : log 2 = 0,3010299956 …
Pour des évaluations en décibel (dB) approximatives on retiendra $log\ 2 = 0{,}3 \quad et\ 10 \times log\ 2 = 3$

D'où +3 dB correspond à une perte de la moitié de la puissance



III. APPLICATIONS

Questions :

1) La puissance d'un signal passe de 2 mw à 0,5W. Evaluez cette variation en dB.

Réponse :

Revue Internationale de la Recherche Scientifique (Revue-IRS) - ISSN : 2958-8413

$10\,log(0{,}5/2.\,10^{-3}) = 10[log$ $0{,}5$ $-\ log\ 2.\,10^{-3}]$,
$0{,}5$ $-\ log\ 0{,}002]$
301029995 $-\ (-2$
301029995 $+\ 2{,}698970004$
$)$

$= 10[log = 10[-0{,}698970004\ ]$

$= 10[-0,]$

$= 10(2{,}397940009\ )$

$= 23{,}9794$

$\simeq 24\ dB$

2) La puissance d'un signal passe de 0,5 w à $2mw$.

Evaluer cette variation en dB.

Réponse :
C'est la situation inverse de la question qui précède où $P_1 = 2mv\ et$
$P2 = 0{,}5$.
Or voir le cours de Math (Propriétés des logarithmes) :
$log(P_2/P_1) = -\,log(P_2/P_1)\ ou\ colog(P_2/P_1)$.
Donc, la réponse est l'opposé de celle de la question1 c'est-à-dire $-24dB$

3) Un avion émet $120dB$ au décollage combien de dB émettent deux avions identique décollant ensemble ?

Réponse :
Nous supposons que deux avions émettent des puissances identiques et que ces puissances s'ajoutent.
La puissance sonore émise par deux avions est donc le double de celle émise par un seul. Doubler la puissance correspond à un gain de $+3dB$.
Donc, la réponse est de $120 + 3 = 123dB$.

4) On augmente de $10dB$ un signal d'une puissance de $3w$. Quelle est la puissance finale ?

Réponse :

Par la formule initiale : $S_2 - S_1 = 10\log(P_2/P_1) = 10dB$

Soit $\log(P_2/P_1) = 1dB \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 10$

On sait que $a = \text{logb} \Leftrightarrow \text{b} = 10^a$

C'est -à - dire $\log(P_2/P_1) = 1 \Leftrightarrow 10^1 = 10$

Donc, $P_2 = 10 \times 3 = 30w$, la puissance finale.

Revue Internationale de la Recherche Scientifique (Revue-IRS) - ISSN : 2958-8413

5) Problème fréquent : on connait P_1et écart en décibel, $(S_2 - S_1)$
Calculer P_2

1) Etablir la formule P_2 = fonction de et P_1 $(S_2 - S_1)$

2) Application : quelle est la puissance d'un signal de $3w$ au quel on fait subir une attention de *Réponse :* $15dB$?

Partant toujours de la formule de base $(S_2 - S_1) = 10 \log(P_2/P_1)$ En déduisant les deux membres par 10:

$$\frac{S_2 - S_1}{10} = \log\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

$\log(x)$ Étant la fonction réciproque de 10^x

Si $x = \log \log(P_2/P_1)$ alors $(P_2/P_1) = 10^x$

Ici, $x = \frac{S_2 - S_1}{10}$

$$\boxed{\frac{P_2}{P_1} = 10^{\frac{(S_2 - S_1)}{10}}}$$

Pour répondre plus précisément à la question : $\boxed{P_2 = P_1 . 10^{\frac{(S_2 - S_1)}{10}}}$

Appliquons : $P_1 = 3w(S_2 - S_1) = 15\ dB$

$$P_2 = 3.10^{-\frac{15}{10}}$$
$$= 3.10^{-1,5}$$
$$= 3.\frac{1}{10^{1,5}}$$

A la calculatrice : = $10^{1,5} \cong 31,62277$ …

$$\frac{1}{10^{1,5}} \approx 0,3162$$

$$P_2 = 3.0,3162$$

$$P_2 = 3.0,3162$$

$$P_2 \cong 0,094868 \ldots w$$

$$P_2 \cong 0,1\ w$$

Revue Internationale de la Recherche Scientifique (Revue-IRS) - ISSN : 2958-8413

Conclusion

Nous voici au terme de notre travail intitulé « Impacte de Calculs logarithmiques dans la quantification sonore ». Nous avons essayé d'exploiter le calcul logarithmique comme élément de base pour la quantification de son.

Notre objectif global était de faire connaitre la notion des logarithmes (calcul logarithmique et son application en acoustique (quantification sonore). Pour mener à bon port notre travail, nous avons recouru à la méthode documentaire et à la technique de consultation des documents.

Hormis l'introduction et la conclusion, nous avons parlé de :

- Fondement sur les logarithmes où nous avons eu à présenter d'une manière brève les notions sur les logarithmes ;
- Fondement sur le son, dans lequel nous avons présenté les notions sur le son en général et différentes sortes des sons
- Applications, où nous avons eu par des exemples à quantifier les sons.

Par la réalisation de ce travail, nous avons accumulé une masse considérable de connaissances aussi bien sur le plan théorique (notion sur les logarithmes et sonorisation) que sur le plan pratique (quantification de son), et nous estimons qu'ils ont ajoutés un plus dans nos connaissances dans les deux domaines. Ceci affirme à suffisance notre premier hypothèse stipulant qu'une bonne maitrise des notions de calculs logarithmique est une base pour la quantification sonore afin d'éviter une pollution sonore.

Nous ne prétendons pas de présenter aux lecteurs un outil parfait, mais plutôt un moyen de compréhension et de maitrise des logarithmes qui pourrait les aider

La perfection n'étant pas de ce monde, nous sommes donc disposés à recevoir toutes remarques, suggestions et critiques pour l'amélioration de ce modeste travail.

BIBLIOGRAPHIE

1. Makiadi Nzumba J.M., *Algèbre5*, tome 1CRP Kinshasa,1999
2. Yambo Kimwanga., *Maitriser les Maths 5*, deuxième édition Loyola 2008
3. Yambo Kimwanga., *Maitriser les Maths 2H*, éditions Loyola 2022
4. *WWW.bibmath.net*
5. *WWW.Jeanduperrex.ch* Site acoustique.
6. Acoustique-Wikitionnaire.
7. Lexique de mathématique-Net math.